

Une pompe

On fait le vide dans une bouteille de volume V_0 contenant de l'air à la pression initiale p_0 . La température reste pratiquement invariable pendant le pompage. A chaque tour de la pompe, de l'air de la bouteille emplit le volume u du cylindre de la pompe, à la pression p de la bouteille, puis est rejeté dans l'atmosphère. On suppose que l'air est un gaz parfait.

1. Cas discret : trouver la pression de la pompe après n cycles en fonction de u et V_0 .

$$p_n = \dots\dots\dots$$

2. Cas continu : trouver la pression p de la pompe en fonction du temps, de u , V_0 et de la fréquence de rotation f de la pompe.

Indice : Commencer par exprimer la quantité d'air pompée dy pendant un cours instant dt .

$$p(t) = \dots\dots\dots$$

3. Montrer que dans la limite $u \ll V_0$ les deux résultats coïncident.
4. Au bout de combien de temps la pression a-t-elle chuté à 1 Pa, si $V_0 = 2000 \text{ cm}^3$, $p_0 = 10^5 \text{ Pa}$, $u = 50 \text{ cm}^3$, $f = 300 \text{ tours/minute}$?

$$t = \dots\dots\dots$$